



## **Étude de la réflexion d'une onde solitaire sur une paroi verticale**

**Kamel SMIDA<sup>1</sup>, Hédi LAMLOUMI<sup>2</sup>, Zouhaier HAFSIA<sup>2</sup>, Khalifa MAALEL<sup>2</sup>**

1. Department of Medical Equipments Technology, Applied Medical Sciences College, Majmaah University, P.O. Box 66, Al Majmaah 11952, Kingdom of Saudi Arabia.  
*ksmida@ksu.edu.sa*
2. Laboratoire de Modélisation en Hydraulique et Environnement (LMHE). ENIT, B.P 37 Le Belvédère, 1002 Tunis, Tunisie. *zouhaier.hafsia@enit.rnu.tn*

### **Résumé :**

Une nouvelle méthode de génération d'onde est utilisée pour étudier la réflexion d'une onde solitaire sur une paroi verticale. L'originalité de ce modèle, basé sur les équations de Navier-Stokes, est la spécification d'une vitesse d'entrée interne, définie à travers une ligne source dans le domaine de calcul pour la génération de ces ondes non linéaires (HAFSIA *et al.*, 2009). Ce modèle a été implémenté avec succès dans le code PHOENICS (Parabolic Hyperbolic Or Elliptic Numerical Integration Code Series). Les profils spatiaux de l'onde à des instants fixes montrent que ce problème est équivalent au processus de la collision frontale de deux ondes solitaires.

### **Mots-clés :**

Génération d'onde – Réflexion - Paroi verticale - Onde solitaire - Ligne source – Navier Stokes – Code PHOENICS

### **1. Introduction**

Des dispositifs de dissipation de l'énergie des ondes de surface sont nécessaires pour protéger les côtes de leurs effets destructeurs. Parmi les principaux ouvrages de protection des ports on peut citer les digues verticales et les brise-lames. De façon générale, l'interaction d'une onde avec un obstacle se traduit par deux phénomènes : la réflexion et la diffraction. Lorsqu'une onde rencontre, sans déferlement, un mur vertical normal à sa direction de propagation, la vitesse de chaque particule d'eau se réfléchit sur la paroi imperméable et on assiste à une augmentation de l'amplitude de l'onde incidente (run-up). La détermination de cette amplitude permet d'optimiser la forme des digues et des brise-lames. A l'approche de la zone côtière, l'onde incidente souvent considérée est du type solitaire (cas du tsunami). La réflexion des ondes solitaires sur une paroi verticale est souvent développée en étudiant la collision frontale de deux solitons. En effet, en l'absence de viscosité et dans le cas symétrique, les deux problèmes deviennent équivalents.

De nombreux travaux ont été effectués sur ce problème, tant analytiquement, numériquement qu'expérimentalement, notamment sur le calcul du maximum de run-

up, le déphasage temporel de l'onde après réflexion ou encore sur le temps de résidence de la crête à la paroi durant la phase de run-up. POWER et CHWANG (1984), ont étudié la réflexion d'une onde solitaire sur un mur vertical en résolvant les équations de Boussinesq tant sur le plan analytique que sur le plan numérique. La solution analytique est obtenue par le biais d'une technique de raccordement asymptotique, tandis que la solution numérique est basée sur un schéma aux différences finies. Ils ont calculé l'amplitude maximale de run-up ainsi que le temps pour lequel elle est atteinte. Ils ont trouvé également que l'onde incidente ne se réfléchit pas immédiatement comme le prédit la théorie linéaire. De plus, ils ont montré que l'onde subit un déphasage temporel durant la réflexion qui est inversement proportionnel à la racine carrée de l'amplitude initiale de l'onde.

COOKER *et al.* (1997) ont également étudié la réflexion d'une onde solitaire sur un mur vertical en supposant que le fluide est parfait et que l'écoulement est décrit par les équations d'Euler. Le modèle numérique établi est basé sur une méthode d'intégrales de frontière. Ils ont calculé le temps de résidence, c'est-à-dire l'intervalle de temps pendant lequel la crête reste en contact avec le mur. Cette notion a été introduite pour la première fois par TEMPERVILLE (1979). COOKER *et al.* (1997) ont montré que le temps de résidence fournit une caractérisation sans équivoque du déphasage temporel de l'onde. Ils ont comparé leurs résultats sur le temps d'attachement et de détachement de la crête avec les formules asymptotiques de SU et MIRIE (1980). Leurs résultats numériques sur le temps de résidence sont en accord avec les mesures prises à partir des résultats de visualisation de la réflexion d'une onde solitaire sur un mur issus des expériences de MAXWORTHY (1976).

Dans cette étude, nous nous proposons d'étudier la réflexion d'une onde solitaire sur un mur vertical à partir d'un générateur d'ondes implanté dans un code industriel. Ce générateur numérique du type Navier Stokes repose sur la génération d'ondes de gravité à travers une ligne source interne. La position de la surface libre est déterminée par la résolution d'une équation de transport supplémentaire en terme de fraction volumique du fluide, VOF (*Volume Of Fluid*). Les résultats numériques de POWER et CHWANG (1984) sont utilisés pour la validation.

## **2. Formulation mathématique et conditions aux limites**

### 2.1 Equations de transport

Pour un fluide incompressible et en régime transitoire, l'équation de conservation de masse en coordonnées cartésiennes est :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

Avec,  $u$  et  $w$  sont respectivement les composantes de la vitesse suivant les directions  $x$  et  $z$ .

Pour éviter l'amortissement de la vitesse dans un écoulement uniforme suivant l'horizontale, aucune force de frottement n'est ajoutée à l'équation de quantité de mouvement suivant la direction horizontale. Ainsi, pour un écoulement transitoire, l'équation de quantité de mouvement décrivant la composante horizontale de vitesse s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

Une zone dissipative est introduite afin d'éviter la réflexion sur la frontière droite du domaine de calcul. Dans cette région, un terme source de frottement est ajouté à l'équation de quantité de mouvement suivant la verticale :

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \gamma(x) w \quad (3)$$

Avec,  $P$  : la pression;  $\nu$  : la viscosité cinématique ;  $\rho$  : la masse volumique ;  $g$  : l'accélération de pesanteur et  $\gamma(x)$  est la fonction d'amortissement égale à zéro, sauf dans la zone de dissipation. Une loi d'amortissement linéaire a été adoptée :

$$\gamma(x) = \alpha x + \beta \quad (4)$$

Cette fonction d'amortissement est calibrée pour une fréquence donnée de l'onde ; pour d'autres fréquences, on peut faire varier la longueur de la zone de dissipation. Dans les modèles physiques, le terme source de frottement ajouté dans l'équation (3) est analogue à mettre en place des structures dissipatives à l'extrémité aval du batteur à houle.

## 2.2 Suivie de la surface libre

Notre modèle est fondé sur la résolution des équations de Navier Stokes à deux fluides (eau et air). La surface libre est décrite par un suivi volumique de l'interface à travers une équation de transport convective pure :

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(F u) + \frac{\partial}{\partial z}(F w) = 0 \quad (5)$$

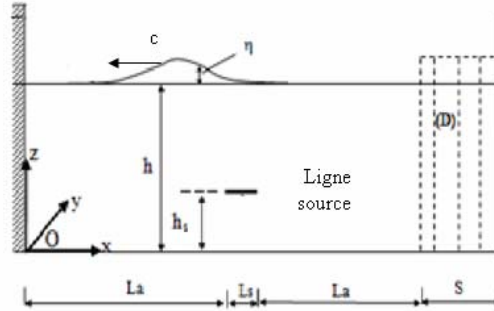
## 3. Résultats et interprétations

### 3.1 Position du problème

On considère un mur vertical localisé en  $x=0$ . L'onde solitaire incidente est située loin du mur et elle est supposée se propager à la célérité  $c$  dans le sens des  $x$  négatifs vers le mur (figure 1). L'onde solitaire considérée a une amplitude  $H=2 \times 10^{-2}$  m. La profondeur d'eau au repos est prise égale à  $h=2 \times 10^{-1}$  m. Le nombre d'Ursell de l'onde solitaire considérée qui traduit la non linéarité de l'onde est de 52.6.

Dans le sens horizontal, la ligne source est située à  $La=5$  m de la position du mur vertical. Elle est située à une élévation, à partir du fond du canal,  $h_s=0.5 h$ .

Le domaine de calcul est discrétisé en maillage uniforme dans la direction horizontale avec  $\Delta x = 3.125 \times 10^{-2}$  m. Autour de la surface libre, la dimension minimale du maillage suivant la verticale est  $\Delta z = 1.1 \times 10^{-3}$  m. Le pas de temps est  $\Delta t = 1.19 \times 10^{-2}$  s.

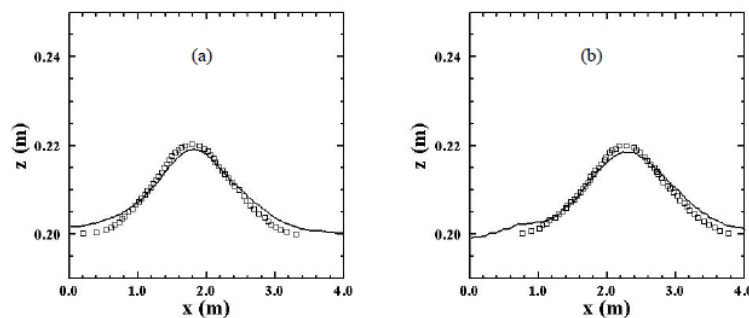


*Figure 1. Domaine de calcul et définition de la ligne source destinée à l'étude de la réflexion d'une onde solitaire sur une paroi verticale.*

### 3.2 Génération et réflexion de l'onde solitaire sur un mur vertical

La figure 2-a) représente le profil de la surface libre juste avant que l'onde solitaire n'atteint le mur. L'onde solitaire générée est en bon accord avec les résultats numériques de POWER et CHWANG (1984).

La figure 2-b) représente le profil de l'onde réfléchie à  $t = 6.88$  s. L'onde réfléchie récupère sa forme initiale avec une légère perte d'amplitude. On note que la vitesse de l'onde réfléchie est plus petite qu'avant réflexion. Les profils spatiaux durant la réflexion de l'onde solitaire sur le mur vertical sont présentés sur la figure 3. De l'instant  $t = 4.74$  s à  $t = 4.88$  s (figures 3-a et 3-b), le run-up de l'onde dû à la réduction de l'énergie cinétique est observé. Une fois la crête de l'onde atteint le mur, la réflexion ne se produit pas immédiatement comme prédit par la théorie linéaire des ondes. La crête reste collée au mur durant un certain temps, appelé temps de résidence, avant que le processus de réflexion ne soit terminé. Celui-ci est calculé analytiquement par POWER & CHWANG (1984) par l'équation :



*Figure 2. Comparaison des profils de la surface libre (—) avec les résultats numériques de POWER et CHWANG (1984) (o o o) a) avant la réflexion sur le mur vertical :  $t = 4.02$  s. b) après la réflexion sur le mur vertical :  $t = 6.88$  s.*

$$\Delta t = (k_0 h) \frac{1.52}{\sqrt{\varepsilon}}, \text{ avec : } k_0 = \sqrt{\frac{3H}{4h^3}} \text{ et } \varepsilon = H/h \quad (6)$$

Ce qui correspond à un temps de résidence adimensionnel :

$$\Delta t^* = 1.52 \sqrt{\frac{h}{\varepsilon g}} \quad (7)$$

Suivant les caractéristiques de l'onde incidente, on trouve une valeur adimensionnelle du temps de résidence égale à 0.69. Numériquement, nos résultats donnent un temps de résidence de l'ordre de 0.68. Ce temps est celui durant lequel l'onde reste collée au mur avant que le processus de détachement commence. Il entraîne un déphasage spatial de l'onde réfléchie.

Entre le temps d'attachement et de détachement de l'onde sur le mur, l'amplitude s'intensifie et atteint sa valeur maximale à  $t=5,31$  s (figure 3-c). La simulation numérique montre que le run-up maximum  $\eta_{mn}=3.97 \cdot 10^{-2}$  m.

Pour montrer que le comportement de l'onde réfléchie est analogue à celui de la collision frontale de deux ondes solitaires d'égales amplitudes, calculons l'amplitude maximale lors de la collision. D'après la solution analytique proposée par (SU & MIRIE, 1980), le run-up maximum lors de la collision est donné par :

$$\eta_{ma} = H_1 + H_2 + \frac{H_1 H_2}{2} + \frac{3}{8} H_1 H_2 (H_1 + H_2) \quad (8)$$

En prenant  $H_1=H_2=H=2 \times 10^{-2}$  m, cette équation donne  $\eta_{ma}=4.02 \cdot 10^{-2}$  m ; ce qui est très proche de  $\eta_{mn}$  donnée par la simulation numérique. Ceci explique clairement qu'il y a une équivalence entre la réflexion d'une onde solitaire sur un mur vertical et la collision frontale de deux solitons.

Dès cet instant jusqu'au  $t=6,02$  s (figures 3-d à 3-f), l'amplitude de l'onde va diminuer avant que celle-ci commence à s'éloigner du mur en se propageant dans la direction des  $x$  positifs. Ce comportement est également analogue à celui observé lors de la collision de deux ondes solitaires. Les profils numériques sont en bonne concordance avec les profils de surfaces libres donnés par (POWER & CHWANG, 1984).

#### 4. Conclusion

Le problème de réflexion d'une onde solitaire sur une paroi verticale est traité dans cette étude; tout en utilisant une ligne source pour générer l'onde. Comparativement aux résultats numériques donnés par (POWER & CHWANG, 1984), les résultats simulés sont jugés satisfaisants. En perspective de ce travail, nous pouvons étudier la collision frontale des ondes solitaires pour des amplitudes inégales. Aussi la superposition d'autres types d'ondes peut être traitée par cette méthode de génération.

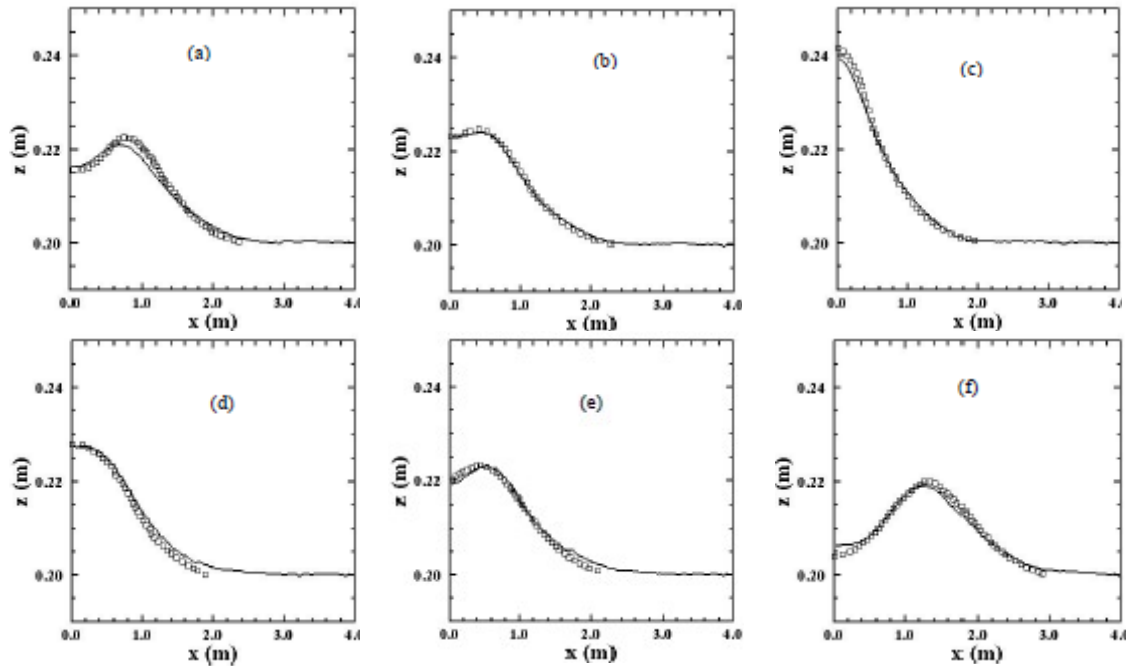


Figure 3. Comparaison des profils de la surface libre (—) avec les résultats numériques de (POWER & CHWANG, 1984) (○○○) lors de la réflexion d'une onde solitaire sur une paroi verticale à différents instants :

a)  $t=4.74$  s ; b)  $t=4.88$  s ; c)  $t=5.31$  s ; d)  $t=5.60$  s ; e)  $t=5.74$  s ; f)  $t=6.02$  s.

## 5. Références bibliographiques

- COOKER M.J., WEIDMAN P.D., BALE D.S. (1997). *Reflection of a high amplitude solitary wave at a vertical wall*. J. Fluid Mech. Vol. 342, pp 141-158. doi:10.1017/S002211209700551X
- HAFSIA Z., BEN HAJ M., LAMLOUMI H., MAALEL K. (2009). *Internal inlet for wave generation and absorption treatment*. Coastal Engineering. Vol. 56, pp 951-959. doi:10.1016/j.coastaleng.2009.05.001
- MAXWORTHY T. (1976). *Experiments on the collisions between solitary waves*. J. Fluid Mech. Vol. 76, pp 177-185. doi:10.1017/S0022112076003194
- POWER H., CHWANG A.T. (1984). *On reflection of a planar solitary wave at a vertical wall*. Wave Motion. Vol. 6, North Holland, pp 183-195.
- SU C.S., MIRIE R.M. (1980). *On head-on collisions between two solitary waves*, J. Fluid Mech, Vol. 98, pp 509-525. doi:10.1017/S0022112080000262
- TEMPERVILLE A. (1979). *Interactions of solitary waves in shallow water theory*. Arch. Mech. Vol. 31, pp 177-184.
- WU T.Y. (1998). *Nonlinear waves and solitons in water*. Physica D. Vol. 123, pp 48-63. doi:10.1016/S0167-2789(98)00111-0