



## Simulation numérique du franchissement d'ouvrages de protection côtiers pour des états de mers bimodaux

Guillaume COULAUD <sup>1,2</sup>, Maria TELES <sup>1</sup>, Michel BENOIT <sup>1,2</sup>

1. EDF R&D, Laboratoire National d'Hydraulique et Environnement (LNHE), 6 quai Watier, 78400 Chatou, France.
2. Laboratoire d'Hydraulique Saint-Venant (LHSV), 6 quai Watier, 78400 Chatou, France.  
[guillaume.coulaud@edf.fr](mailto:guillaume.coulaud@edf.fr) ; [maria.teles@edf.fr](mailto:maria.teles@edf.fr) ; [michel.benoit@edf.fr](mailto:michel.benoit@edf.fr)

### Résumé :

Pour dimensionner les ouvrages de protection côtiers, les débits moyens de franchissement par les vagues sont généralement estimés avec des formules empiriques, l'état de l'art étant donné par le guide EurOtop (2018). Néanmoins ces formules ne peuvent être appliquées que pour des configurations géométriques idéalisées et invariantes le long de la côte, et pour des états de mer complexes, les caractéristiques de vagues utilisées peuvent ne pas être suffisantes pour obtenir une estimation précise de ces débits. En comparaison, un modèle numérique déterministe permet d'évaluer ces débits de franchissement pour des structures et des états de mer plus complexes. Le but de ce travail est d'étudier les performances de modèles de vagues non-linéaires faiblement dispersifs moyennés sur la verticale (de type Boussinesq) pour simuler le franchissement d'ouvrages de protection côtiers. Des exemples de telles équations sont donnés par NWOGU (1993) ou CHEN (2006). Le code open-source FUNWAVE-TVD (SHI *et al.*, 2012) est utilisé pour simuler des expériences de franchissement réalisées dans le canal à vagues de l'Institut Pythéas à Marseille en 2021 (VILLEFER *et al.*, 2022). 73 essais de franchissement d'une digue lisse de pente 2:3 (V:H) et de hauteur de franc-bord variable ont été réalisés, avec 8 types de spectres de vagues incidents. Deux spectres correspondent à des états de mer unimodaux, de houle et de clapot respectivement, et les 6 autres représentent des états de mers bimodaux obtenus en superposant un spectre de houle et un de clapot. Les débits adimensionnels de franchissement mesurés au cours de ces 73 essais varient de plus d'un ordre de grandeur. Les résultats obtenus avec FUNWAVE-TVD sont satisfaisants, avec une sous-estimation moyenne de ces débits de 10% par rapport aux données expérimentales. Les résultats présentent également les mêmes tendances qu'observées sur les expériences pour les différents états de mer.

### Mots-clés :

Génie côtier, Protections côtières, Franchissements, Etats de mer bimodaux, Modèles Boussinesq, FUNWAVE-TVD.

## Thème 6 – Risques côtiers

### 1. Introduction

Pour la conception et la vérification des ouvrages de protection côtiers, les débits moyens de franchissement par les vagues doivent être estimés pour des états de mer extrêmes. Des formules empiriques établies en analysant une grande quantité de données expérimentales permettent de prédire les débits de franchissement en fonction des caractéristiques des vagues et pour une configuration d'ouvrage donnée. L'état de l'art de ces formules est donné dans le guide EurOtop (2018). Cependant, ces formules ne s'appliquent que pour des géométries simples et invariantes le long de la côte. Par ailleurs, pour des états de mer complexes, les caractéristiques de vagues utilisées peuvent être insuffisantes pour estimer précisément les débits de franchissement (VILLEFER *et al.*, 2022). La modélisation numérique en revanche permet de calculer les débits de franchissement pour des structures et des états de mer plus complexes.

Les modèles de vagues à résolution de phase, qui calculent l'évolution en temps et en espace de la surface libre, sont adaptés à la simulation du franchissement. Parmi eux, les modèles moyennés sur la verticale sont peu coûteux en temps de calcul et fournissent de bons résultats pour la propagation de vagues en zone côtière. Le modèle le plus simple et le plus connu est le système d'équations de Saint-Venant (SV), non dispersives, qui ne peuvent donc être utilisées qu'en profondeur faible ou pour des vagues longues. De nombreux modèles numériques résolvant ces équations ont été appliqués pour simuler des processus de submersion, par exemple dans HU *et al.* (2000) ou TUAN & OUMERACI (2010). Les modèles de type Boussinesq ou Serre-Green-Naghdi (SGN) sont des extensions des équations de SV prenant en compte les effets faiblement dispersifs, adaptés à la modélisation de la propagation des vagues dans les eaux peu profondes et de profondeur intermédiaire. Ils ont également été appliqués à la modélisation du franchissement, par exemple dans LYNETT *et al.* (2010), TONELLI & PETTI (2013) ou LASHLEY *et al.* (2020). Ces derniers auteurs ont comparé différents types de modèles de vagues sur deux essais de franchissement par des vagues irrégulières avec deux géométries de digues. Leurs résultats montrent que les modèles de vagues moyennés sur la verticale, en particulier de type Boussinesq et SGN, sont le meilleur compromis entre modélisation correcte de la propagation des vagues à l'approche des ouvrages de protection et leur interaction avec ces derniers, et temps de calcul acceptable permettant d'envisager une utilisation opérationnelle pour de nombreuses configurations d'ouvrages et conditions de vagues. Le but de cette étude est d'examiner l'applicabilité et la précision, les points forts et les limitations de ce type de modèles pour simuler la propagation des vagues en zone côtière et le franchissement.

Dans la section 2, l'approche de modélisation numérique choisie est détaillée, avant de décrire dans la section 3 la campagne expérimentale utilisée pour la valider. Les résultats des simulations sont présentés dans la section 4, avec une comparaison avec les données expérimentales. Les conclusions et les perspectives sont données dans la section 5.

## 2. Modèle numérique

Pour évaluer l'applicabilité des modèles Boussinesq pour simuler des expériences de propagation de vagues irrégulières et de franchissement sur une digue avec une pente lisse, nous utilisons ici le code open-source et largement utilisé FUNWAVE-TVD (SHI *et al.*, 2012). Le code résout les équations faiblement dispersives complètement non-linéaires de CHEN (2006), ou leur équivalent faiblement non-linéaire dérivé plus tôt par NWOGU (1993), sous forme conservative, pour deux dimensions horizontales et sur une grille régulière avec des tailles de maille constantes  $\Delta x$  et  $\Delta y$ . Les grandeurs de l'écoulement calculées sont la profondeur d'eau totale  $h$  et les deux composantes horizontales ( $u, v$ ) de la vitesse à une élévation prescrite  $z_\alpha$  dans la colonne d'eau. Selon KENNEDY *et al.* (2001), l'altitude de référence est  $z_\alpha = -d + \beta h$  avec  $d$  la profondeur d'eau au repos et  $\beta = 0,47$ . Cette valeur permet d'optimiser la relation de dispersion linéaire du modèle par rapport à celle donnée par la théorie de Stokes du premier, et rend les équations indépendantes de la définition du niveau au repos.

Les équations résolues peuvent être trouvées dans SHI *et al.* (2012) ou SHI *et al.* (2016) et ne sont pas rappelées ici. Elles sont résolues à l'aide d'une méthode volumes finis (VF) de type Godunov pour le flux et les dérivées du premier ordre, avec le schéma MUSCL-TVD d'ordre quatre de ERDURAN *et al.* (2005) ou un schéma MUSCL-TVD standard d'ordre deux. Les dérivées d'ordre supérieur sont calculées par différences finies centrées d'ordre deux suivant WEI *et al.* (1995). L'évolution temporelle est réalisée à l'aide du schéma Runge-Kutta SSP d'ordre trois (GOTTLIEB *et al.*, 2001), avec un pas de temps variable calculé à partir de la condition de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL).

La génération de vagues se fait à l'intérieur du domaine de calcul avec la fonction source de WEI *et al.* (1999), en ajoutant et en soustrayant de la masse pour générer les vagues régulières ou irrégulières souhaitées. Les frontières sont complètement réfléchissantes, ou périodiques pour les frontières latérales, et les vagues sont absorbées près de chaque frontière avec une zone d'absorption. Le schéma VF modélise naturellement les processus de découverture et recouvrement pendant le run-down et run-up sur la pente ou le franchissement. Le déferlement des vagues est modélisé en désactivant localement les termes dispersifs dans les équations afin de résoudre localement les équations de SV au lieu des équations de Boussinesq et de modéliser la vague déferlante comme un ressaut, avec une dissipation d'énergie à travers l'onde de choc. FUNWAVE-TVD peut être exécuté en séquentiel ou parallèle via une technique de décomposition de domaine.

## 3. Campagne expérimentale

La campagne expérimentale considérée pour valider le modèle numérique a été menée dans le canal à vagues de l'OSU Institut Pythéas à Marseille (VILLEFER *et al.*, 2022). Des expériences avec des vagues irrégulières unidirectionnelles générées mécaniquement par un batteur et franchissant une digue à pente lisse ou avec enrochements ont été réalisées ; seuls les essais avec pente lisse sont simulés ici. Le canal mesure 40 m de long

## Thème 6 – Risques côtiers

et 2,6 m de large, et la profondeur d'eau au repos loin de la digue peut varier entre 0,72 et 0,74 m. La figure 1 montre un schéma du canal, avec la position de la digue et des sondes utilisées pour l'analyse de réflexion des vagues.

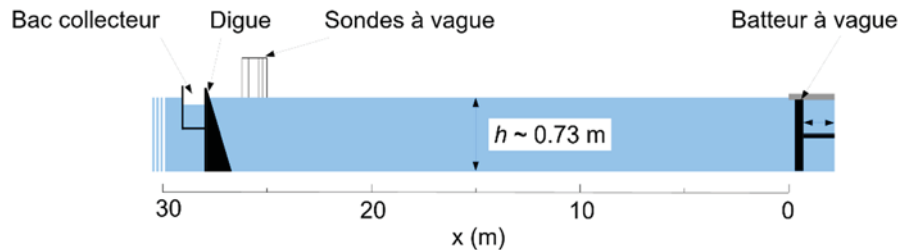


Figure 1. Schéma du canal à vagues.

La digue a une pente de 2:3 (V:H), et une hauteur de franc-bord  $R_c$  variant entre 1,5 cm et 9,5 cm, en ajoutant jusqu'à quatre planches d'une épaisseur de 1,5 cm et en faisant varier la profondeur d'eau au repos. La figure 2 montre une photo de la digue à pente lisse.



Figure 2. Photo de la digue avec pente lisse.

Huit états de mer irréguliers unidirectionnels différents ont été considérés, soit unimodaux soit bimodaux, obtenus en superposant deux spectres de type JONSWAP de hauteur significative variable : un spectre de houle de période pic  $T_p = 1,67$  s, et un spectre de clapot avec une période pic variable  $T_p \in [0,57, 1]$  s. La hauteur significative totale  $H_{m0}$  des états de mer obtenus varie entre 4,53 et 7,09 cm. La plage de hauteur de franc-bord adimensionnel  $R_c^* = R_c/H_{m0}$  qui en résulte est  $[0,4; 1,64]$ .

Les spectres d'énergie des vagues représentatifs de chaque état de mer sont tracés sur la figure 3. Ils sont identifiés et colorés par la cambrure représentative, définie ici comme :

$$S_{m-1,0} = \frac{H_{m0}}{L_{m-1,0}} \quad (1)$$

$L_{m-1,0} = gT_{m-1,0}^2/(2\pi)$  est la longueur d'onde en eau profonde, basée sur la période énergétique définie à partir des moments  $m_{-1}$  et  $m_0$  du spectre de densité d'énergie. Dans les expériences,  $L_{m-1,0}$  varie entre 3,3 m dans le cas de la houle pure et 1,4 m dans le cas du clapot pur. La cambrure représentative varie entre 1,6 et 4,2 %, et caractérise la

bimodalité du spectre car pour une hauteur significative équivalente : plus la proportion de clapot dans le spectre est élevée, plus la longueur d'onde est faible, c'est-à-dire plus la cambrure est élevée. Les cas A et B correspondent respectivement à de la houle pure et à du clapot pur, et les cas C à H sont des états de mer bimodaux (cf. figure 3).

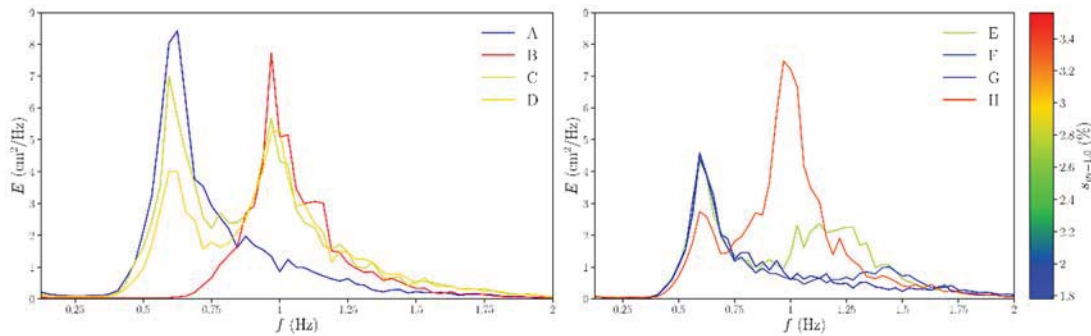


Figure 3. Spectres d'énergie caractéristiques des 8 états de mer.

Chaque essai a duré 30 min., de sorte qu'au moins 1 000 vagues (selon la période pic) ont eu le temps d'atteindre la digue. La digue réfléchissant une partie de l'énergie des vagues incidentes, les spectres incidents effectifs pour chaque essai, et les grandeurs statistiques qui en ont été déduites, ont été obtenus à partir d'une analyse de réflexion suivant la procédure de ZELT & SKJELBREIA (1992), avec le réseau de 5 sondes à vagues représentées sur la figure 1. En combinant les 8 états de mer incidents et la gamme de hauteurs de franc-bord possibles, 73 essais ont été réalisés. Les volumes de franchissement ont été collectés dans un conteneur de 74 cm de large situé au centre de la crête de la digue. Le volume total dans le conteneur à la fin de chaque essai a été mesuré pour déduire le débit moyen de franchissement  $q$  par unité de longueur de la crête.

Le débit de franchissement adimensionnel est défini par :

$$q^* = \frac{q}{\sqrt{gH_{m0}^3}} \quad (2)$$

La plage de  $q^*$  mesuré était de [0,0039; 0,046], couvrant plus d'un ordre de grandeur. Pour cette configuration, la formule empirique de référence du manuel EurOtop (2018) prédisant  $q^*$  est donnée par :

$$q^* = 0.09 \exp(-1.5R_c^*) \quad (3)$$

#### 4. Résultats des simulations

On résout avec FUNWAVE-TVD les équations de NWOGU (1993), avec le schéma VF MUSCL d'ordre deux, plus stable que celui d'ordre quatre. La figure 4 montre un exemple de domaine et de résultat de calcul, pour un spectre de type B et une hauteur de franc-bord minimale.

## Thème 6 – Risques côtiers

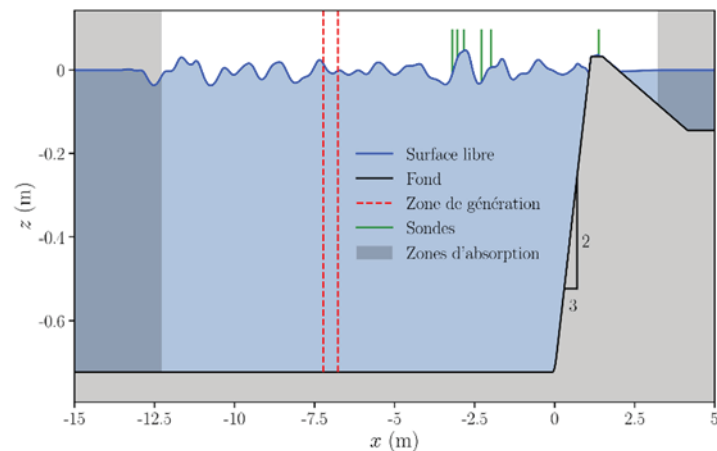


Figure 4. Exemple de domaine de calcul.

Les vagues sont absorbées à gauche du domaine et à droite après la digue grâce à des zones d'absorption. Les spectres incidents discrets obtenus à partir de l'analyse de réflexion sur les données expérimentales sont utilisés en entrée du modèle. Le signal généré est une superposition linéaire d'un grand nombre de composantes spectrales. Entre 80 et 110 composantes sont prescrites dans l'intervalle de fréquences  $[0,125 ; 2,6\sim 3,4]$  Hz.

Une condition de CFL de 0,1 est utilisée dans toutes les simulations, et un coefficient de frottement de Manning de  $0.01 \text{ s/m}^{1/3}$  est choisi pour modéliser le frottement sur le fond en béton du canal et sur la pente en aluminium. Chacun des 73 essais a été simulé. Les résultats présentés sont obtenus avec la taille de maille la plus petite possible,  $\Delta x = 1 \text{ cm}$  ou  $2 \text{ cm}$  en fonction du cas. La durée simulée pour chaque essai est de 30 min, comme dans les expériences, pour qu'au moins 1000 vagues (sur la base de la période pic) aient atteint la digue. Tous les calculs ont été réalisés sur 4 cœurs d'un seul processeur Intel® Xeon® Gold 6140. Le temps de calcul moyen est de 2,8 h avec  $\Delta x = 2 \text{ cm}$ , et 11 h avec  $\Delta x = 1 \text{ cm}$ .

Le débit instantané est extrait du calcul au niveau de la sonde sur la crête de digue sur la figure 4. Le débit moyen de franchissement est obtenu en divisant l'intégrale de la série temporelle de ce débit par la durée du calcul, c'est-à-dire 30 min. Cette durée est plus que suffisante pour avoir une valeur de  $q$  convergée. Pour chaque calcul, le spectre incident effectif est calculé grâce aux sondes numériques selon la même procédure que dans les expériences. La figure 5 compare des spectres incidents imposés et calculés pour 4 des 8 types de spectres. Globalement les spectres sont reproduits de façon satisfaisante, avec seulement quelques différences localement. Les spectres des autres cas sont également bien simulés.

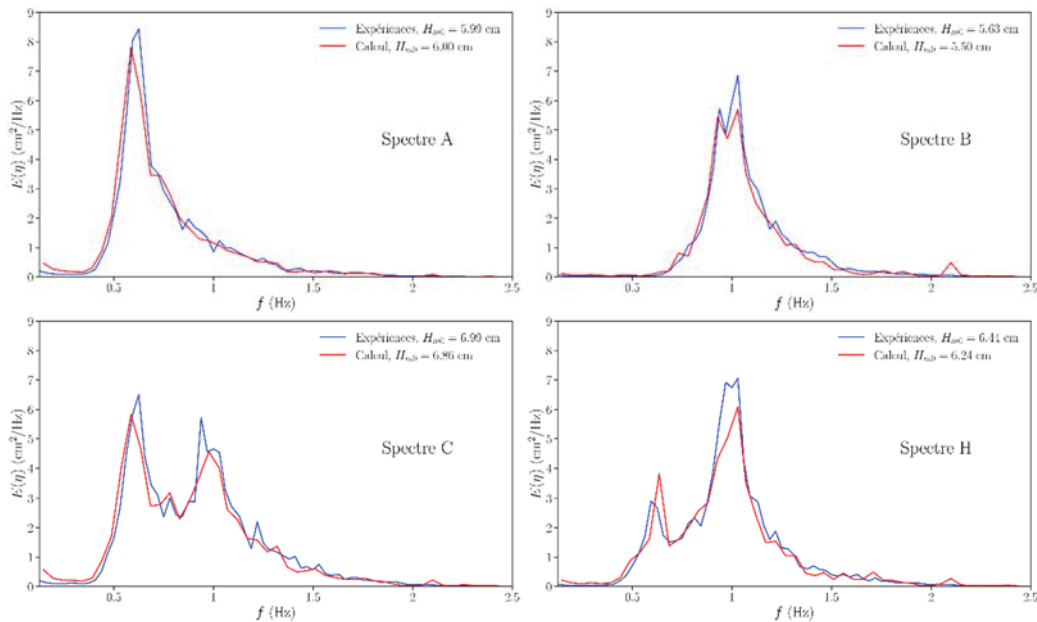


Figure 5. Comparaison entre spectres incidents imposés et simulés pour 4 cas avec 4 spectres différents.

La figure 6 montre l'erreur relative sur  $q^*$  en fonction du débit adimensionnel mesuré dans les expériences, pour les 73 essais. Les points sont colorés en fonction de la cambrure représentative calculée à partir des simulations. Les débits de franchissement sont en moyenne légèrement sous-estimés par FUNWAVE-TVD, et ce d'autant plus que les vagues sont plus courtes et cambrées. L'erreur est également plus importante lorsque le débit de franchissement est faible, car ce type de cas est plus difficile à modéliser numériquement et les résultats dépendent beaucoup de la façon de traiter le frottement sur le fond et le déferlement. L'erreur moyenne est de -10%.

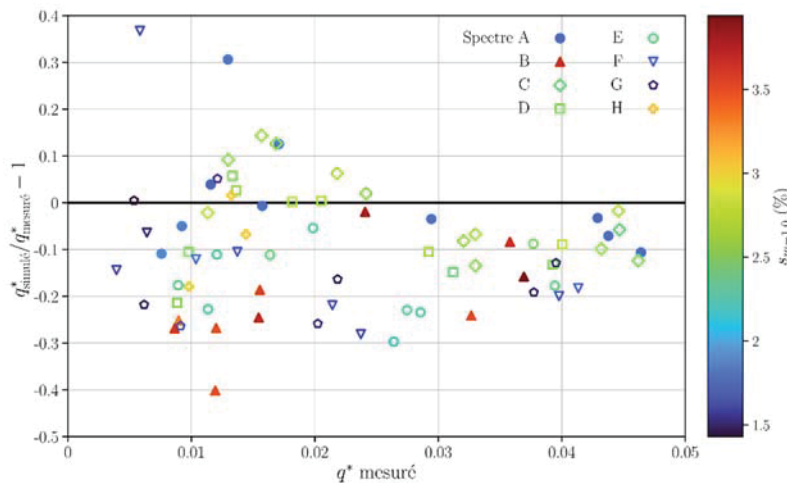


Figure 6. Erreur relative sur le débit de franchissement adimensionnel  $q^*$  simulé en fonction de  $q^*$  mesuré.

## Thème 6 – Risques côtiers

Enfin, sur la figure 7 on représente  $q^*$  en fonction de la hauteur de franc-bord adimensionnelle  $R_c^*$ . La formule EurOtop donnée par l'équation (3) est également tracée, ainsi que les bornes de son intervalle de confiance à 90% (courbes en pointillés noirs). Les points expérimentaux sont ajoutés en gris. Les données expérimentales et les résultats des simulations sont adimensionnalisés avec leurs hauteurs significatives  $H_{m0}$  respectives, déterminées par l'analyse de réflexion. Les résultats de tous les calculs tombent dans l'intervalle de confiance de la formule EurOtop. Les tendances observées dans les données expérimentales se retrouvent dans les simulations ; par exemple, pour de faibles  $R_c^*$  les débits de franchissement diminuent lorsque la proportion de clapot, i.e. la cambrure, augmente. Les débits calculés pour le cas de clapot suivent une pente différente du cas de houle, moins importante. La formule EurOtop décrit mieux les calculs et expériences lorsque la cambrure est faible, i.e. la proportion de houle élevée, ce qui n'est pas surprenant car elle ne dépend ni de la période, ni de la cambrure des vagues.

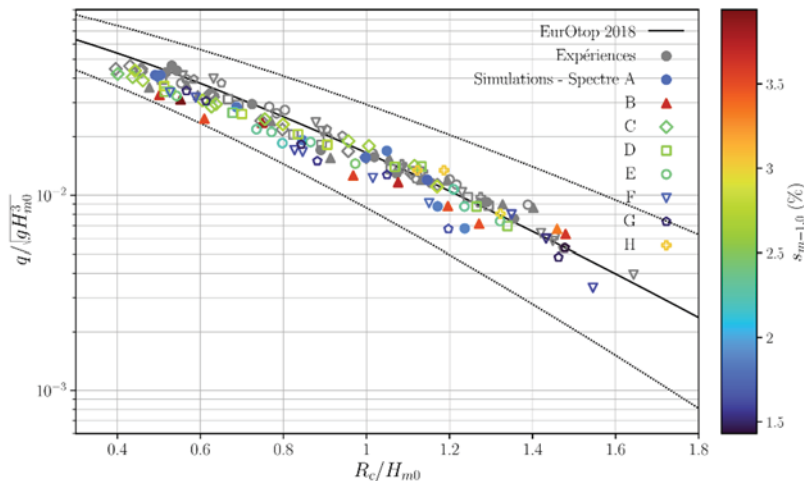


Figure 7. Débit de franchissement adimensionnel en fonction de la hauteur de franc-bord adimensionnelle, dans les expériences et les simulations.

### 5. Conclusion

Les résultats confirment que les modèles de vagues de type Boussinesq permettent de simuler correctement le franchissement d'ouvrages de protection à géométrie simple et pente lisse, pour des états de mers complexes. FUNWAVE-TVD reproduit les débits de franchissement, variant sur plus d'un ordre de grandeur, de façon satisfaisante, avec une erreur relative moyenne de -10%. Le coût en temps de calcul des simulations, qui reste raisonnable (quelques heures sur quatre cœurs), permet d'envisager des applications opérationnelles nécessitant de simuler des cas avec différentes configurations d'ouvrages et pour de nombreux états de mer incidents.

Dans la suite de ces travaux, nous comparerons différents modèles de type Boussinesq / SGN pour déterminer si le choix du modèle mathématique peut avoir une influence



notable sur les résultats. Un autre axe de travail futur concerne la modélisation des ouvrages avec enrochements comme des zones poreuses, comme déjà fait avec les équations de SV (par exemple dans VAN GENT (1994)) ou des modèles de type Boussinesq (HSIAO *et al.*, 2010), le but étant de pouvoir étudier des ouvrages de protection plus réalistes. Pour l'étude d'ouvrages à géométrie plus complexe, par exemple avec parapets recourbés, un couplage local avec un modèle de type CFD (*Computational Fluid Dynamics*) est envisagé et sera également examiné.

## 6. Références bibliographiques

- CHEN Q. (2006). *Fully nonlinear Boussinesq-type equations for waves and currents over porous beds*. Journal of Engineering Mechanics, Vol. 132.2, pp. 220–230. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2006\)132:2\(220\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2006)132:2(220))
- ERDURAN K. S., ILIC S., KUTIJA V. (2005). *Hybrid finite-volume finite-difference scheme for the solution of Boussinesq equations*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 49.11, pp. 1213–1232. <https://dx.doi.org/10.1002/flid.1021>
- GOTTLIEB S., SHU C.-W., TADMOR E. (2001). *Strong Stability-Preserving high-order time discretization methods*. SIAM Review, Vol. 43.1, pp. 89–112. <https://dx.doi.org/10.1137/S003614450036757X>
- HSIAO S.-C., HU K.-C., HWUNG H.-H. (2010). *Extended Boussinesq equations for water-wave propagation in porous media*. Journal of Engineering Mechanics, Vol. 136.5, pp. 625–640. [https://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0000098](https://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000098)
- HU K., MINGHAM C. G., CAUSON D. M. (2000). *Numerical simulation of wave overtopping of coastal structures using the non-linear shallow water equations*. Coastal Engineering, Vol. 41.4, pp. 433–465. [https://dx.doi.org/10.1016/S0378-3839\(00\)00040-5](https://dx.doi.org/10.1016/S0378-3839(00)00040-5)
- KENNEDY A. B., KIRBY J. T., CHEN Q., DALRYMPLE R. A. (2001). *Boussinesq-type equations with improved nonlinear performance*. Wave Motion, Vol. 33.3, pp. 225–243. [https://dx.doi.org/10.1016/S0165-2125\(00\)00071-8](https://dx.doi.org/10.1016/S0165-2125(00)00071-8)
- LASHLEY C. H., ZANUTTIGH B., BRICKER J. D., VAN DER MEER J., ALTOMARE C., SUZUKI T., ROEBER V., OOSTERLO P. (2020). *Benchmarking of numerical models for wave overtopping at dikes with shallow mildly sloping foreshores: Accuracy versus speed*. Environmental Modelling & Software, Vol. 130, p. 104740. <https://dx.doi.org/10.1016/j.envsoft.2020.104740>
- LYNETT P. J., MELBY J. A., KIM D.-H. (2010). *An application of Boussinesq modeling to hurricane wave overtopping and inundation*. Ocean Engineering, Vol. 37.1, pp. 135–153. <https://dx.doi.org/10.1016/j.oceaneng.2009.08.021>
- NWOGU O. (1993). *Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation*. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, Vol. 119.6, pp. 618–638. [https://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-950X\(1993\)119:6\(618\)](https://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-950X(1993)119:6(618))
- SHI F., KIRBY J., TEHRANIRAD B., HARRIS J., CHOI Y.-K., MALEJ M. (2016). *FUNWAVE-TVD: Fully nonlinear Boussinesq wave model with TVD solver -*

## Thème 6 – Risques côtiers

*Documentation and User's Manual (Version 3.0)*. Technical report CACR-11-03. University of Delaware, Newark, DE, USA.

SHI F., KIRBY J. T., HARRIS J. C., GEIMAN J. D., GRILLI S. T. (2012). *A high-order adaptive time-stepping TVD solver for Boussinesq modeling of breaking waves and coastal inundation*. *Ocean Modelling*, Vol. 43-44, pp. 36–51.

<https://dx.doi.org/10.1016/j.ocemod.2011.12.004>

TONELLI M., PETTI M. (2013). *Numerical simulation of wave overtopping at coastal dikes and low-crested structures by means of a shock-capturing Boussinesq model*. *Coastal Engineering*, Vol. 79, pp. 75–88. <https://dx.doi.org/10.1016/j.coastaleng.2013.04.007>

TUAN T. Q., OUMERACI H. (2010). *A numerical model of wave overtopping on sea dikes*. *Coastal Engineering*, Vol. 57.8, pp. 757–772.

<https://dx.doi.org/10.1016/j.coastaleng.2010.04.007>

EurOtop (2018). *Manual on wave overtopping of sea defences and related structures. An overtopping manual largely based on European research, but for worldwide application*.

VAN DER MEER J.W., ALLSOP N.W.H., BRUCE T., DE ROUCK J., KORTENHAUS A., PULLEN T., SCHÜTTRUMPF H., TROCH P., ZANUTTIGH B. [www.overtopping-manual.com](http://www.overtopping-manual.com)

VAN GENT M. R. A. (1994). *The modelling of wave action on and in coastal structures*. *Coastal Engineering*, Vol. 22.3, pp. 311–339. [https://dx.doi.org/10.1016/0378-3839\(94\)90041-8](https://dx.doi.org/10.1016/0378-3839(94)90041-8)

VILLEFER A., BENOIT M., VIOLEAU D., TELES M., LUNEAU C. (2022). *Etude expérimentale de submersion de protections côtières pour des états de mer combinant houle et clapot*. XVIIèmes Journées Nationales Génie Côtier - Génie Civil, Chatou, France, pp. 201–212. <https://dx.doi.org/10.5150/jngcgc.2022.022>

WEI G., KIRBY J. T. (1995). *Time-dependent numerical code for extended Boussinesq equations*. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, Vol. 121.5, pp. 251–261. [https://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-950X\(1995\)121:5\(251\)](https://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-950X(1995)121:5(251))

WEI G., KIRBY J. T., SINHA A. (1999). *Generation of waves in Boussinesq models using a source function method*. *Coastal Engineering* 36.4, pp. 271–299. [https://dx.doi.org/10.1016/S0378-3839\(99\)00009-5](https://dx.doi.org/10.1016/S0378-3839(99)00009-5)

ZELT J. A., SKJELBREIA J. E. (1992). *Estimating incident and reflected wave fields using an arbitrary number of wave gauges*. *Proceedings of 23rd International Conference on Coastal Engineering 1992*. Venice, Italy, pp. 777–789. <https://dx.doi.org/10.1061/9780872629332.058>